

PII: S0017-9310(97)00319-0

## Etude de l'évaporation en convection mixte d'un film liquide d'un mélange binaire s'écoulant sur un plan incliné soumis à un flux de chaleur constant

A. AGUNAOUN and A. IL IDRISSI

L.E., Département de Physique, Faculté des sciences Ben M'sik, B.P. 7955 Casablanca, Maroc

## A. DAÏF

L.M.A.I., 52 Avenue de Villeneuve-66860 Perpignan-Cedex, France

et

## **R. BARRIOL**

ENSICA, 49 Avenue Léon Blum, 31000 Toulouse, France

(Reçu 3 octobre 1996 et sous forme finale 25 septembre 1997)

Résumé—Dans cet article nous proposons une analyse du transfert de masse et de chaleur au travers d'un film mince de liquide binaire s'écoulant sur une paroi plan et inclinée. Cette analyse repose sur la résolution des équations de transfert couplées des phases liquide et gazeuse à l'aide d'une méthode aux différences finies de type implicite. La diffusion massique au sein du film liquide est prise en compte dans ces équations. Les résultats les plus intéressants sont obtenus en convection forcée et particulièrement pour un mélange éthylène glycol-eau. En effet, les résultats obtenus montrent qu'il est possible d'accroître la fraction massique évaporée quand la teneur en éthylène glycol est inférieure à 40%. De plus, même si le coefficient d'échange diminue d'une manière générale quand la teneur en éthylène glycol augmente, il a été trouvé qu'il est possible de stabiliser voire augmenter ce coefficient. Cette particulairté a déjà été constatée par d'autre auteurs. © 1998 Elsevier Science Ltd. All rights reserved

## 1. INTRODUCTION

L'évaporation des films minces en écoulement et la détermination des distances d'assèchement posent de nombreux problèmes sur les plans théorique et expérimental. Elles présentent un grand intérêt pratique dans l'industrie nucléaire, pour le refroidissement des aubes des turbines, lors de l'injection de carburant dans les moteurs, pour la concentration des effluents, pour la distillation, etc.... L'objet de la majorité des travaux antérieurs traitant de l'évaporation de films est limité aux liquides purs (Agunaoun et al. [1-3], Daïf et al. [4], Kaoua et al. [5], Rogers et Goindi [6], Tsay et al. [7], Yan et al. [8] par exemple), alors que dans la plupart des applications techniques, les liquides en évaporation sont des mélanges à plusieurs composants. Les publications scientifiques concernant l'évaporation de mélanges en écoulement sont rares. Citons celle de Baumann et Thiele [9] relative à un film de mélange de méthanol-benzène s'écoulant sur la paroi interne d'un tube à section circulaire vertica en présence d'un écoulement gazeux et celle de Hoke et al. [10] qui traite de l'évaporation d'un film d'éthylène glycol-eau. Dans cette dernière publication, les auteurs supposent négligeables les forces de cisaillement à l'interface liquide-gaz et travaillent sans écoulement gazeux forcé. Cette approche permet de découpler les phases liquide et gazeuse, d'où une simplification substantielle des calculs. On peut aussi citer le travail de Wang [11], concernant l'évaporation d'un film liquide ternaire, et l'étude expérimentale de Palen *et al.* [12]. Cette dernière traite, en convection naturelle, de l'influence de la composition du mélange binaire sur la valeur du coefficient d'échange entre un film tombant et la paroi intérieure d'un tube circulaire.

L'analyse bibliographique montre qu'il n'y a pas d'étude, théorique ou expérimentale, publiée concernant l'évaporation d'un film binaire ruisselant sur un plan incliné en présence d'un écoulement d'air forcé ou mixte. De plus et dans tous les cas la prise en compte de la diffusion massique dans le liquide n'a pas été abordée.

#### 2. DESCRIPTION ET FORMULATION MATHEMATIQUE DU PROBLEME

Dans le présent travail nous proposons une contribution à l'étude des transferts dans un film mince

## NOMENCLATURE

$$A = \frac{1}{C_1 + C_2} \left( \frac{C_1 L}{v_{\infty}} G r^{0.5} + \frac{C_2}{u_{\infty}} \right)$$
$$B = \frac{1}{C_1 + C_2} \left( \frac{C_1 L}{v_{\infty}} G r^{0.25} + \frac{C_2}{u_{\infty}} R e^{0.5} \right)$$

 $C_1$ coefficient égal à l'unité s'il existe une convection naturelle dans la phase gazeuse et égal à zéro dans le cas contraire coefficient égal à l'unité s'il existe une  $C_2$ convection forcée dans la phase gazeuse et égal à zéro dans le cas contraire  $Cf_k$ coefficient de frottement défini dans la phase k  $Cp_k$ capacité calorifique massique à pression constante du mélange dans la phase k  $[J kg^{-1} K^{-1}]$ capacité calorifique massique à pression  $Cp_k^{(i)}$ constante de l'espèce i dans la phase k $[J kg^{-1} K^{-1}]$  $D_{k}^{(i)}$ coefficient de diffusion de l'espèce i dans le mélange en phase  $k [m^2 s^{-1}]$ nombre de Froude,  $A^{-2}\sin\theta/gL$ Fr nombre de Grashof thermique, Gr  $g\sin\theta(t_{\rm r}-t_{\infty})L^3/v_{\infty}^2t_{\infty}$ accélération de la pesanteur [m s<sup>-2</sup>] g coefficient d'échange,  $q/(t_{\rm p}-t_{\rm I})$ Η  $[W m^{-2} K^{-1}]$  $h^{(i)}$ chaleur latente massique d'évaporation de l'espèce i [J kg<sup>-1</sup>] coefficient,  $B^2 v_{\infty} / AL$  $K_1$ coefficient,  $(C_1 A v_{\infty}/L)^2$  $K_2$ longueur de la plaque [m] L masse molaire de l'air sec [kg kmol<sup>-1</sup>]  $M^{a}$  $M^{(i)}$ masse molaire de l'espèce i  $[kg kmol^{-1}]$ *ṁ*<sup>(i)</sup> densité du flux massique de l'espèce i  $[kg m^{-2} s^{-1}]$ densité de flux massique totale, 'n  $\dot{m} = \dot{m}^{(1)} + \dot{m}^{(2)} [\text{kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}]$ Mr fraction massique évaporée cumulée,  $\dot{m} dx/\Gamma_{e}$ N<sup>(i)</sup> facteur adimensionnel  $((M^a/M^{(i)})-1)t_{\infty}/\Delta t$ nombre de Nusselt sensible (équation Nu<sub>s</sub> (2a))  $Nu_1$ nombre de Nusselt latent (équation (2b)) nombre de Nusselt total (équation (2c)) Nu<sub>x</sub> pression [Pa] р **p**<sup>(i)</sup> pression partielle de l'espèce i [Pa] Pr nombre de Prandtl,  $\mu_{\infty}Cp_{\infty}/\lambda_{\infty}$ densité pariétale du flux de chaleur q  $[W m^{-2}]$ nombre de Reynolds de la phase Re

gazeuse, 
$$u_{\infty}L/v_{\infty}$$
  
Sc<sup>(i)</sup> nombre de Schmidt de l'espèce *i*,  $v^{(i)}/D^{(i)}$ 

- $Sh^{(i)}$  nombre de Sherwood de l'espèce *i* (équation (12))
- t température dimensionnelle [K]
- T température adimensionnelle
- *u* vitesse dimensionnelle suivant ox  $[m s^{-1}]$
- U vitesse adimensionnelle suivant ox
- v vitesse dimensionnelle suivant oy [m s<sup>-1</sup>]
- *V* vitesse adimensionnelle suivant oy
- x abscisse dimensionnelle dans le sens de l'écoulement gazeux [m]
- X abscisse adimensionnelle suivant ox
- y coordonnée dimensionnelle normale à la surface [m]
- $w_k^{(i)}$  fraction massique de l'espèce *i* dans la phase *k*.

Lettres grecques

- $\Gamma$  débit massique dimensionnel du film par unité de largeur de plaque [kg m<sup>-1</sup> s<sup>-1</sup>]
- $\delta$  épaisseur du film liquide [m]
- $\delta^*$  épaisseur adimensionnelle du film liquide
- $\varepsilon_1$  facteur égal à l'unité dans la phase liquide et zéro dans la phase gazeuse
- $\varepsilon_2$  facteur égal à l'unité dans la phase gazeuse et zéro dans la phase liquide
- $\eta$  coordonnée adimensionnelle normale à la surface
- $\theta$  angle entre la plaque et le plan horizontal [rad]
- $\lambda_k$  conductivité thermique dimensionnelle de la phase d'indice k [W m<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>]
- $\mu_k$  viscosité dynamique dimensionnelle de la phase d'indice k [N s m<sup>-2</sup>]
- $v_{\infty}$  viscosité cinématique de l'air humide loin de l'interface  $[m^2 s^{-1}]$
- $\rho_k$  masse volumique dimensionnelle de la phase d'indice k [kg m<sup>-3</sup>].

## Indices

а	air
b	ébullition de l'eau
e	condition d'entrée dans le film liquide
I	interface liquide-vapeur
k	= 1, g (1 pour la phase liquide et g pour
	la phase gazeuse)
р	paroi
r	état de référence pour la température
	$[=(t_{\rm e}+t_{\rm b})/2]$
v	vapeur
$\infty$	conditions dans l'air loin de l'interface.
Exposa	ints
*	grandeurs adimensionnelles
i	= 1,3 (1 pour l'éthanol ou l'étylène
	glycol, 2 pour l'eau, 3 ou a pour l'air)

n nombre d'itérations.

de mélange de liquide binaire en présence d'un écoulement d'air humide forcé ou libre. Pour ce faire, considérons un liquide binaire s'écoulant en film mince, en régime permanent, laminaire, établi et sans onde, sur une paroi, soumise à une densité de flux de chaleur constante, plane et inclinée d'un angle  $\theta$  par rapport au plan horizontal (Fig. 1). On suppose qu'il existe au-dessus de la surface libre du liquide, un écoulement permanent et laminaire d'air parallèle. L'abscisse x est mesurée positivement dans la direction de l'écoulement gazeux à partir du point d'entrée du liquide. La distance y normale à la surface est comptée positivement vers la phase gazeuse. On suppose grande la largeur de la surface dans la direction perpendiculaire au plan (x, y).

Outre ces considérations, nous posons les hypothèses complémentaires suivantes :

- 1. Les écoulements et les transferts de chaleur et de masse sont bidimensionnels.
- Les approximations de la couche limite sont valables aussi bien dans le film que dans l'écoulement gazeux.
- 3. Les propriétés physiques dans le liquide et dans le gaz sont variables en fonction de la température et de la fraction massique.
- 4. Le rayonnement, la dissipation visqueuse d'énergie ainsi que les effets Duffour et Soret sont négligeables.
- 5. L'écoulement gazeux est un gaz parfait.
- 6. L'interface liquide gaz est en équilibre thermodynamique et il n'y a pas de tension superficielle.
- 7. Il n'y a pas de dissolution de gaz dans le liquide.
- A l'interface la composante tangentielle de la vitesse est égale à la composante suivant la coordonnée x.
- 9. Le mélange liquide est une solution idéale.

#### 2.1. Equations adimensionnalisées

L'épaisseur du film ainsi que les transferts de quantité de mouvement, de chaleur et de masse en son sein sont pris en compte. L'écoulement en couche limite du gaz ainsi que les transferts de masse et de chaleur à partir de l'interface sont couplés à ceux du liquide.



Fig. 1. Représentation schématique du système étudié et des coordonnées.

Posons:

$$U_k = u_k A$$
  $V_k = v_k B$   $T_k = \frac{t_k - t_\infty}{\Delta t}$  (1a-c)

$$X = \frac{x}{L} \quad \eta = \frac{y}{\delta} \quad \mu_k^* = \frac{\mu_k}{\mu_\infty}$$
(1d-f)

$$\lambda_k^* = \frac{\lambda_k}{\lambda_\infty} \quad \rho_k^* = \frac{\rho_k}{\rho_\infty} \quad Cp_k^{(i)^*} = \frac{Cp_k^{(i)}}{Cp_\infty} \quad (1\text{g-i})$$

$$\delta^* = \frac{\delta}{L} \frac{B}{A} \tag{1j}$$

$$\Gamma_{e}^{*} = \frac{\Gamma_{e}B}{L\rho_{\infty}} \quad \Delta t = t_{r} - t_{\infty} \quad (1k,l)$$

$$Nu_{s} = -\frac{B}{A} \frac{\lambda_{g} X}{\lambda_{\infty} \delta^{*} T_{g}} \frac{\partial T_{g}}{\partial \eta}\Big|_{I}$$
$$Nu_{I} = \frac{LA}{D} \frac{\dot{m}^{(1)} h^{(1)} + \dot{m}^{(2)} h^{(2)}}{\dot{n}} \qquad (2a,b)$$

 $\lambda_{\infty}T_{\mathrm{I}}$ 

$$Nu_{x} = -\frac{B}{A} \frac{\lambda_{1} X}{\lambda_{\infty} \delta^{*} T_{1}} \frac{\partial T_{1}}{\partial \eta} \Big|_{1}$$
(2c)

$$Cf_{II} = \frac{\frac{2\mu_{I}B}{LA^{2}\delta^{*}}\frac{\partial U_{I}}{\partial \eta}\Big|_{I}}{\rho_{\infty}u_{\infty}^{2}} \quad Cf_{gI} = \frac{\frac{2\mu_{g}B}{LA^{2}\delta^{*}}\frac{\partial U_{g}}{\partial \eta}\Big|_{I}}{\rho_{\infty}u_{\infty}^{2}}$$
(3a,b)

Avec ces notations, les équations de transfert et leurs conditions aux limites associées s'écrivent :

 $B\Delta t$ 

2.1.1. Equations de la continuité

$$\frac{\partial}{\partial X}(\rho_k^* U_k) - \frac{\eta}{\delta^*} \frac{\mathrm{d}\delta^*}{\mathrm{d}X} \frac{\partial}{\partial \eta}(\rho_k^* U_k) + \frac{1}{\delta^*} \frac{\partial}{\partial \eta}(\rho_k^* V_k) = 0$$
(4)

#### 2.1.2. Equations du mouvement

$$\rho_{k}^{*}\left(U_{k}\frac{\partial U_{k}}{\partial X}-\frac{\eta}{\delta^{*}}\frac{\mathrm{d}\delta^{*}}{\mathrm{d}X}U_{k}\frac{\partial U_{k}}{\partial \eta}+\frac{V_{k}}{\delta^{*}}\frac{\partial U_{k}}{\partial \eta}\right)$$
$$=\varepsilon_{1}\frac{\rho_{k}^{*}}{Fr}+\frac{K_{1}}{\delta^{*2}}\frac{\partial}{\partial \eta}\left(\mu_{k}^{*}\frac{\partial U_{k}}{\partial \eta}\right)$$
$$+\varepsilon_{2}GrK_{2}\left(T_{g}+\sum_{i=1}^{2}N^{(i)}(w_{g}^{(i)}-w_{\infty}^{(i)})\right) \quad (5)$$

2.1.3. Equations de la chaleur

$$\rho_{k}^{*}Cp_{k}^{*}\left(U_{k}\frac{\partial T_{k}}{\partial X}-\frac{\eta}{\delta^{*}}\frac{\mathrm{d}\delta^{*}}{\mathrm{d}X}U_{k}\frac{\partial T_{k}}{\partial \eta}+\frac{V_{k}}{\delta^{*}}\frac{\partial T_{k}}{\partial \eta}\right)$$
$$=\frac{1}{Pr\,\delta^{*2}}\frac{\partial}{\partial \eta}\left(\lambda_{k}^{*}\frac{\partial T_{k}}{\partial \eta}\right)$$

$$+\frac{K_1}{\delta^{*2}}\frac{\partial T_k}{\partial \eta}\sum_{i=1}^2\mu_k^*\left(\frac{Cp_k^{(i)*}}{Sc_k^{(i)}}-\frac{Cp_g^{a*}}{Sc_g^a}\right)\frac{\partial w_k^{(i)}}{\partial \eta} \quad (6)$$

## 2.1.4. Equations de la diffusion

$$\rho_{k}^{*}\left(U_{k}\frac{\partial w_{k}^{(i)}}{\partial X}-\frac{\eta}{\delta^{*}}\frac{\mathrm{d}\delta^{*}}{\mathrm{d}X}U_{k}\frac{\partial w_{k}^{(i)}}{\partial \eta}+\frac{V_{k}}{\delta^{*}}\frac{\partial w_{k}^{(i)}}{\partial \eta}\right)$$
$$=\frac{1}{\delta^{*2}}\frac{\partial}{\partial \eta}\left(\frac{\mu_{k}^{*}}{Sc_{k}^{(i)}}\frac{\partial w_{k}^{(i)}}{\partial \eta}\right) \quad (i=1,2) \quad (7)$$

#### 2.2. Conditions aux limites

---A la paroi ( $\eta = 0$ )

$$U_1 = V_1 = 0$$
  $\frac{\partial T_1}{\partial \eta} = -\frac{q\delta}{\lambda_1 \Delta t}$  (8a,b)

$$\frac{\partial w_{i}^{(i)}}{\partial \eta} = 0 \quad (i = 1, 2) \tag{8c}$$

-A l'interface ( $\eta = 1$ )

TA

$$U_1 = U_g = U_I \quad T_1 = T_g = T_I$$
 (9a,b)

$$Nu_x = Nu_s + Nu_1$$
  $Cf_{II} = Cf_{gI}$  (9c,d)

$$\frac{LA}{B\rho_{\infty}D_{\infty}^{(1)}}\dot{m}^{(i)}$$

$$= \frac{LA}{B\rho_{\infty}D_{\infty}^{(1)}}\dot{m}w_{1}^{(i)} - \frac{\rho_{g}^{*}D_{1}^{(i)^{*}}}{\delta^{*}}\frac{\partial w_{1}^{(i)}}{\partial \eta}\Big|_{1}$$

$$= \frac{LA}{B\rho_{\infty}D_{\infty}^{(1)}}\dot{m}w_{g}^{(i)} - \frac{\rho_{g}^{*}D_{g}^{(i)^{*}}}{\delta^{*}}\frac{\partial w_{g}^{(i)}}{\partial \eta}\Big|_{1} \quad (i = 1, 2) \quad (9e)$$

$$\frac{LA}{D\rho_{\infty}} = \frac{\rho_{g}^{*}}{D\rho_{\infty}} \frac{1}{\rho_{0}} \frac{2}{\rho_{0}} \rho_{g}^{(i)} \frac{1}{\rho_{0}} \frac{1}{\rho_{0}} \frac{2}{\rho_{0}} \rho_{g}^{(i)} \frac{1}{\rho_{0}} \frac{1}{\rho_{0}} \frac{2}{\rho_{0}} \rho_{g}^{(i)} \frac{1}{\rho_{0}} \frac{1}{\rho_{0}} \frac{2}{\rho_{0}} \rho_{g}^{(i)} \frac{1}{\rho_{0}} \frac{1}{\rho$$

$$\frac{LA}{B\rho D_{\infty}^{(1)}}\dot{m} = -\frac{\rho_{g}^{*}}{\left(1 - \sum_{i=1}^{2} w_{g}^{(i)}\right)} \frac{1}{\delta^{*}} \sum_{i=1}^{2} D_{g}^{(i)*} \frac{\partial w_{g}^{*}}{\partial \eta}\Big|_{I}$$
(9f)

Les fractions massiques (à l'interface liquide-gaz) dans la phase gazeuse sont données par :

$$w_{g}^{(i)} = p^{(i)} \bigg| \sum_{j=1}^{3} p^{(j)} (M^{(j)} / M^{(i)}) \quad (i = 1, 2)$$
 (9g)

 $p^{(i)}$  étant la pression partielle de l'espèce i dans le mélange gazeux.

—Loin de l'interface  $(\eta \rightarrow \infty)$ 

$$U_{\rm g} = C_2 U_{\infty} \quad T_{\rm g} = 0 \tag{10a,b}$$

$$w_{g}^{(i)} = w_{\infty}^{(i)} \quad (i = 1, 2)$$
 (10c)

#### 2.3. Conservation du débit massique

$$1 = \frac{1}{\Gamma_{e}^{*}\delta^{*}} \int_{0}^{1} \rho_{1}^{*} U_{1} \, \mathrm{d}\eta + Mr \tag{11}$$

## 3. METHODE DE RESOLUTION

Nous utilisons une méthode aux différences finies implicites pour la résolution des équations de transfert. Le domaine de calcul étudié est discrétisé (pas  $\Delta X$  et  $\Delta \eta$ ), de telle sorte qu'un noeud d'indices (i, j) a comme coordonnées  $((i-1)\Delta X, (j-1)\Delta \eta)$ . Le maillage utilisé dans les deux phases n'est pas égal selon les deux axes; le pas dans le film est très petit (50 points de calcul dans le film mince) et dans le gaz le pas est 40 fois plus grand que celui utilisé dans le film.

Pour une fonction  $\psi$  quelconque représentant ici U, T ou w, les approximations suivantes, valables au noeud d'indices (i+1,j), sont utilisées dans la discrétisation des équations:

$$\frac{\partial \psi}{\partial X}\Big|_{i+1,j} = \frac{\psi_{i+1,j} - \psi_{i,j}}{\Delta X}$$
$$\frac{\partial \psi}{\partial \eta}\Big|_{i+1,j} = \frac{\psi_{i+1,j+1} - \psi_{i+1,j-1}}{2\Delta \eta}$$
$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left(\alpha \frac{\partial \psi}{\partial \eta}\right)\Big|_{i+1,j} = \frac{1}{\Delta \eta^2} (\alpha_{i+1,j+1/2}\psi_{i+1,j+1})$$
$$- (\alpha_{i+1,j+1/2} + \alpha_{i+1,j-1/2})\psi_{i+1,j}$$
$$+ \alpha_{i+1,j-1/2}\psi_{i+1,j-1})$$

où

$$\alpha_{i+1,j+1/2} = \frac{\alpha_{i+1,j} + \alpha_{i+1,j+1}}{2};$$
  
$$\alpha_{i+1,j-1/2} = \frac{\alpha_{i+1,j} + \alpha_{i+1,j-1}}{2}$$
  
avec:  $\alpha_{i,j} = f(T_{i,j}, w_{i,j}^{i})$ 

Après réarrangement des équations on aboutit à des systèmes linéaires de la forme suivante :

$$A_j\psi_{j-1}+B_j\psi_j+D_j\psi_{j+1}=F_j$$

où  $\psi$  représente  $U_k$ ,  $T_k$  ou  $w_k^{(i)}$  et  $A_{i+1,j}$ ,  $B_{i+1,j}$ ,  $D_{i+1,j}$  et  $F_i$  des coefficients variables.

Toutes les expressions donnant les propriétés physiques des deux phases sont rassemblées en annexe.

Ces systèmes d'équations sont des systèmes à matrices tridiagonales des coefficients et l'algorithme retenu pour la résolution est celui de Gauss réduit à la méthode de Thomas. Après introduction des données des profils d'entrée pour les fractions massiques, la température, la vitesse et l'épaisseur du film, la procédure itérative de résolution pour le calcul de  $\psi$ peut se résumer comme suit :

(1) choix d'une température d'interface  $T_{\rm l}^{\rm donnée}$ (initialisation à  $T_{\rm l,e}$ ) et détermination des fractions massiques par l'équation (9g), dans la phase gazeuse à l'interface liquide-gaz.

(2) résolution des équations de la diffusion dans la phase gazeuse.

(3) calcul du débit massique évaporé à partir de la résolution dans la phase gazeuse  $(\dot{m}_x)$ .

(4) résolution de l'équation de la chaleur dans les deux phases.

(5) résolution de l'équation du mouvement dans les deux phases et vérification si la condition :

$$\frac{\max(|\psi_{i+1,j}^n - \psi_{i+1,j}^{n-1}|)}{\max(|\psi_{i+1,j}^n|)} \le 10^{-3}$$

est remplie sinon la procédure itérative reprend (étapes deux à cinq, itération n+1).

(6) vérification de la condition de conservation du débit massique Si :  $|1 - (\Gamma_0^* + Mr)| \le 10^{-4}$  n'est pas remplie, on se donne une autre valeur de l'épaisseur du film et on reprend les étapes deux à six.

(7) test sur la température à l'interface

Si la condition :

$$|T_{\rm L}^{\rm calculée} - T_{\rm L}^{\rm donnée}| \leq 10^{-4}$$

n'est pas remplie, on se donne une autre valeur de  $T_1^{\text{donnée}}$ et on reprend les étapes un à sept.

(8) résolution de l'équation de continuité pour le calcul de V.

(9) détermination de la frontière extérieure de la couche limite gazeuse

Si la condition :

$$\left|\frac{\partial U_{\rm g}}{\partial \eta}\right| \leqslant 10^{-3}$$

n'est pas satisfaite, on augmente  $\eta$  et on reprend les étapes deux à neuf.

(10) résolution des équations de la diffusion dans le liquide.

(11) calcul du débit massique évaporé à partir de la résolution dans la phase liquide  $(m_i)$ .

(12) vérification de la continuité du flux massique à l'interface

Si la condition :

$$\left|\frac{\dot{m}_{\rm l}-\dot{m}_{\rm g}}{\dot{m}_{\rm g}}\right| \leqslant 10^{-3}$$

n'est pas remplie, on calcule une nouvelle valeur de la fraction massique liquide à partir du gradient de masse dans le liquide à l'interface (équation (9e)) et on reprend les étapes 2 a 12.

(13) si tous les tests sont vérifiés, on calcule les nombres de Nusselt  $Nu_s$  (équation (2a)) et de Sherwood  $Sh^{(i)}$ :

$$Sh^{(i)} = -\frac{B}{A} \frac{X}{\rho_{\infty} D_{\infty}^{(i)} \delta^*} \left( \frac{\rho_{g} D_{g}^{(i)}}{w_{g}^{(i)} - w_{\infty}^{(i)}} \frac{\partial w_{g}^{(i)}}{\partial \eta} \right)_{I} \quad (12)$$

(14) passage au pas suivant et reprise du calcul à l'étape 1.

(15) arrêt du calcul à l'extrémité de la plaque considérée.

## 4. VALIDATION DU MODELE ET RESULTATS

### 4.1. Validation du modèle

Pour valider notre logiciel de calcul, nous comparons nos résultats à ceux trouvés dans la bibliographie concernant un liquide pur. Dans le cadre de cette étude, nous prenons une valeur nulle pour l'humidité de l'air. Dans le cas d'une évaporation en convection naturelle d'un film mince d'éthanol sur une plaque verticale, sont présentées sur la Fig. 2 les variations de la température pariétale en fonction de l'abscisse, en valeurs dimensionnelles. La comparaison est faite entre les variations calculées à l'aide de notre modèle et celles déterminées par Tsay et al. [7] expérimentalement et théoriquement. On constate que l'accord est satisfaisant puisque les différences ne dépassent pas 2%. L'accord est encore bon dans le cas de la Fig. 3 qui compare les variations, en fonction de l'abscisse x, des températures de la paroi et de l'interface liquide-gaz, avec celles calculées par Yan et al. [8] pour l'évaporation d'un film mince d'eau s'écoulant sur un plan incliné de 30° et en présence d'un courant d'air chaud.

# 4.2. Plaque soumise à un flux de chaleur nul (convection forcée ou naturelle)

Le mélange choisi pour les simulations présentées est composé d'éthanol et d'eau. Les résultats sont donnés pour différentes valeurs de la fraction mas-



Fig. 2. Variations de la température dimensionnelle de la paroi en fonction de l'abscisse x dans le cas de l'évaporation d'un film d'éthanol pour :  $t_{\infty} = 303$  K,  $q = 0, \theta = 90^{\circ}, L = 1$  m,  $u_{\infty} = 0$ .



Fig. 3. Variations de la température dimensionnelle de la paroi et de l'interface en fonction de l'abscisse x dans le cas de l'évaporation d'un film d'eau pour:  $t_e = 293$  K, q = 0,  $\theta = 30^\circ$ , L = 0.5 m,  $\delta_e = 1.5 \ 10^{-4}$  m.

sique d'éthanol, concernant un plan incliné avec un flux de chaleur nul, en présence de convection naturelle (Figs. 4 et 5) ou forcée (Fig. 6).

La Fig. 4 montre que la température de la paroi décroît avec l'abscisse x au fur et à mesure que la fraction massique de l'éthanol, à l'entrée, est grande. Ceci nous indique que, dans le cas du refroidissement de parois, les liquides valatils sont les plus appropriés. La Fig. 5 présente l'influence de la fraction massique sur le transfert de chaleur sensible. On constate un accroissement du nombre de Nusselt lorsque la teneur du liquide en éthanol est grande, d'où une amélioration de l'échange thermique entre l'air et le film.

La Fig. 6 illustre les variations de la température dimensionnelle de la paroi en fonction de l'abscisse dans le cas de l'évaporation d'un film en présence d'un écoulement forcé d'air chaud. Cette figure montre que le film mince constitue une protection efficace pour les parois en présence d'un écoulement chaud, surtout lorsque le liquide est très volatil. On peut noter l'influence déterminante de la composition du mélange. La forte variation de la température de paroi, entre 70 et 100% d'éthanol, est due au fait que le transfert thermique s'effectue principalement par mode latent lorsque le produit volatil est majoritaire dans le film.

### 4.3. Plaque soumise à un flux de chaleur constant

4.3.1. Etude comparative de l'influence des différentes convections. Nous envisageons, outre les deux



Fig. 4. Influence de la composition du film sur les variations de la température dimensionnelle de la paroi pour :  $t_{\infty} = 303$  K,  $t_e = 303$  K,  $\Gamma_e = 10^{-2}$  kg m<sup>-1</sup> s<sup>-1</sup>, q = 0,  $\theta = 90^{\circ}$ , L = 1 m,  $u_{\infty} = 0$ .



Fig. 5. Influence de la composition du film sur les variations du nombre de Nusselt local pour :  $t_{\infty} = 303$  K,  $t_e = 303$  K,  $\Gamma_e = 10^{-2}$  kg m<sup>-1</sup> s<sup>-1</sup>, q = 0,  $\theta = 90^{\circ}$ , L = 1 m,  $u_{\infty} = 0$ .



Fig. 6. Influence de la composition du film sur les variations de la température dimensionnelle à la paroi pour :  $t_{\infty} = 373$  K,  $t_e = 293$  K,  $\Gamma_e = 10^{-2}$  kg m<sup>-1</sup> s<sup>-1</sup>,  $q = 0, \theta = 30^\circ, L = 0.5$  m,  $u_{\infty} = 1$  m s<sup>-1</sup>.

cas limites d'une convection forcée seule (CF,  $u_{\infty} = 1$  m s<sup>-1</sup>) et d'une convection naturelle seule (CN,  $u_{\infty} = 0$ ), les trois cas de convection mixte suivants : la convection forcée prédomine (CMF,  $u_{\infty} = 0.5$  m s<sup>-1</sup>), les convections forcée et naturelle sont d'égale importance (CNF,  $u_{\infty} = 0.2$  m s<sup>-1</sup>), la convection naturelle prédomine (CMN,  $u_{\infty} = 0.1$  m s<sup>-1</sup>). Une étude comparative de l'influence de ces convections est présentée sur les Fig. 7 à 10 pour un mélange et un angle d'inclinaison de la plaque ( $\theta = 30^{\circ}$ ) fixés.

La Fig. 7 illustre, dans les cinq cas de configuration, les profils de la vitesse dans les deux couches limites (liquide et gaz) pour une composition du mélange éthanol-eau à 50%. A la frontière extérieure de la couche limite gazeuse cette vitesse est égale à sa valeur au sein de l'air dont la valeur diffère pour chaque coube. La présence d'une convection naturelle se traduit sur les courbes par un maximum situé dans la couche limite gazeuse puisque cette convection est nulle sur la paroi et à l'extérieur de la couche limite.

La Fig. 8, qui illustre les variations du nombre local de Nusselt à l'interface liquide-gaz, en fonction de l'abscisse X pour  $\theta = 30^{\circ}$ , montre que les échanges de chaleur sont plus intenses en convection d'air forcée ou mixte qu'en convection naturelle, ceci est évident puisque la vitesse de l'air devienne suffisante. De même les Fig. 9 montrent une amélioration du transfert de masse lorsque la vitesse de l'air loin de l'interface augmente.



Fig. 7. Variations de la composante longitudinale adimensionnelle U de la vitesse en fonction de la distance normale adimensionnelle  $\eta$  à la paroi pour: X = 0.8,  $t_{\infty} = 313$  K,  $t_e = 303$  K,  $\Gamma_e = 10^{-2}$  kg m<sup>-1</sup> s<sup>-1</sup>,  $\theta = 30^\circ$ , q = 500 W m<sup>-2</sup>, L = 0.5 m,  $w_1^1 = 0.5$ .



Fig. 8. Variations du nombre de Nusselt sensible en fonction de l'abscisse X pour :  $t_{\infty} = 313$  K,  $t_e = 303$  K,  $\Gamma_e = 10^{-2}$  kg m<sup>-1</sup> s<sup>-1</sup>, q = 500 W m<sup>-2</sup>,  $\theta = 30^{\circ}$ , L = 0.5 m,  $w_1^{(1)} = 0.5$ .



Fig. 9. Variations du nombre de Sherwood local en fonction de l'abscisse X pour:  $t_{\infty} = 313$  K,  $t_e = 303$  K,  $\Gamma_e = 10^{-2}$  kg m<sup>-1</sup> s<sup>-1</sup>, q = 500 W m<sup>-2</sup>,  $\theta = 30^{\circ}$ , L = 0.5 m,  $w_i^{(1)} = 0.5$ ; (a) éthanol; (b) eau.



Fig. 11. Influence de la composition du film sur les variations de la température dimensionnelle (en °C) pour :  $t_{\infty} = 313$  K,  $t_e = 303$  K,  $\Gamma_e = 10^{-2}$  kg m<sup>-1</sup> s<sup>-1</sup>, q = 500 W m<sup>-2</sup>,  $\theta = 30^{\circ}$ , L = 0.5 m,  $u_{\infty} = 0$ ; (a) paroi; (b) interface.



Fig. 10. Variations de la fraction massique dans le film en fonction de l'ordonnée  $\eta$ , pour: X = 0.8,  $t_{\infty} = 313$  K,  $t_e = 303$  K,  $\Gamma_e = 10^{-2}$  kg m<sup>-1</sup> s<sup>-1</sup>, q = 500 W m<sup>-2</sup>,  $\theta = 30^\circ$ , L = 0.5 m,  $w_1^{(1)} = 0.5$ .

La Fig. 10 représente l'évolution de la fraction massique de l'éthanol dans le film à la position X = 0.8dans les cinq cas de convection. La fraction massique à la paroi décroît avec la vitesse, ce qui explique l'amélioration du transfert de masse constatée sur la Fig. 9.

4.3.2. Convection naturelle pure. L'étude paramétrique présentée sur les Fig. 11 à 15 concerne l'évaporation d'un film binaire, en convection naturelle, sur une paroi soumise à un flux de chaleur constant. Le mélange choisi est encore l'éthanol et l'eau avec l'inclinaison de la plaque toujours de 30°.

Les Fig. 11 présentent l'influence de la composition du film liquide sur l'évolution de la température du film à la paroi et au niveau de l'interface. On constate que la température augmente moins vite lorsque la teneur du liquide en éthanol est importante contrairement à l'écart de température entre l'interface et la paroi. Sur la Fig. 12 sont présentées les variations de la vitesse longitudinale, pour différentes fractions massiques de l'éthanol. Cette figure montre une augmentation de la vitesse de l'écoulement dans la couche limite gazeuse. Cette augmentation explique l'amélioration de la diffusion thermique (Fig. 11). Il faut aussi noter que la diffusion massique est favorable au mouvement du fait que la convection naturelle massique est descendante dans ce cas de mélange.

La Fig. 13 présente les variations du nombre de Nusselt local. Ce nombre croît avec l'abscisse pour



Fig. 12. Variations de la composante longitudinale adimensionnelle U de la vitesse en fonction de la distance normale adimensionnelle  $\eta$  à la paroi pour: X = 0.5,  $t_{\infty} = 313$  K,  $t_e = 303$  K,  $\Gamma_e = 10^{-2}$  kg m<sup>-1</sup> s<sup>-1</sup>, q = 500 W m<sup>-2</sup>,  $\theta = 30^\circ$ , L = 0.5 m,  $u_{\infty} = 0$ .

décroître à partir d'une certaine valeur de celle-ci qui est d'autant plus petite que la teneur du liquide en eau (produit le moins volatil) est grande. Ceci s'explique par une diminution du transfert de chaleur du gaz vers le film qui est due à l'accroissement en moyenne de la température du film (Fig. 11). Quant au transfert de masse, les Fig. 14 montrent une amélioration de l'évaporation du liquide avec la teneur en éthanol puisque le nombre de Sherwood caractérisant le transfert de masse augmente. Ce résultat est confirmé par les Fig. 15 qui présentent la fraction massique évaporée (quantité évaporée de l'espèce i rapportée au débit massique total à l'entrée). On remarque encore sur ces figures une évaporation préférentielle de l'éthanol.

4.3.3. Convection mixte  $(C_1 = C_2 = 1)$  En convection mixte avec prédominance de la convection naturelle, les variations de la composition du film liquide en fonction de la distance normale sont présentées sur la Fig. 16. On constate d'une part, que la fraction massique du produit le plus volatil (éthanol) décroît le long de l'interface et, d'autre part, qu'il y a un gradient de masse entre la paroi et l'interface (diffusion massique de l'éthanol de la paroi vers l'interface et celle de l'eau en sens inverse), ce qui explique l'évaporation préférentielle de l'éthanol.

4.3.4. Convection forcée pure. Deux mélanges différents sont proposés pour la simulation sur une



Fig. 13. Influence de la composition du film sur les variations du nombre de Nusselt sensible pour :  $t_{\infty} = 313$  K,  $t_e = 303$  K,  $\Gamma_e = 10^{-2}$  kg m<sup>-1</sup> s<sup>-1</sup>, q = 500 W m<sup>-2</sup>,  $\theta = 30^\circ$ , L = 0.5 m,  $u_{\infty} = 0$ .



Fig. 14. Variations du nombre de Sherwood local Sh à l'interface liquide-gaz en fonction de l'abscisse X, pour :  $t_{\infty} = 313$  K,  $t_e = 303$  K,  $\Gamma_e = 10^{-2}$  kg m<sup>-1</sup> s<sup>-1</sup>, q = 500 W m<sup>-2</sup>,  $\theta = 30^{\circ}$ , L = 0.5 m,  $u_{\infty} = 0$ ; (a) éthanol; (b) eau.



Fig. 15. Variations de la fraction massique évaporée en fonction de l'abscisse X, pour :  $t_{\infty} = 313$  K,  $t_e = 303$  K,  $\Gamma_e = 10^{-2}$ kg m<sup>-1</sup> s<sup>-1</sup>, q = 500 W m<sup>-2</sup>,  $\theta = 30^{\circ}$ , L = 0.5 m,  $u_{\infty} = 0$ ; (a) éthanol-eau; (b) éthanol; (c) eau.



Fig. 16. Variations de la fraction massique dans le film en fonction de l'ordonnée  $\eta$ , pour:  $t_{\infty} = 313$  K,  $t_e = 303$  K,  $\Gamma_e = 10^{-2}$  kg m<sup>-1</sup> s<sup>-1</sup>, q = 500 W m<sup>-2</sup>,  $\theta = 30^{\circ}$ , L = 0.5 m,  $u_{\infty} = 0.2$  m s<sup>-1</sup>,  $w_1^{(1)} = 0.5$ .



Fig. 17. Variations du coefficient d'échange (en kW m<sup>-2</sup> s<sup>-1</sup>) à la paroi en fonction de l'abscisse x (en m), pour :  $t_{\infty} = 303$ K,  $t_e = 303$  K,  $\Gamma_e = 2 \times 10^{-2}$  kg m<sup>-1</sup> s<sup>-1</sup>, q = 2 kW m<sup>-2</sup>,  $\theta = 90^\circ$ , L = 1 m,  $u_{\infty} = 1$  m s<sup>-1</sup>.

plaque verticale en convection forcée pure: l'eau et l'éthanol, puis l'eau et l'éthylène glycol.

L'influence de la composition du film liquide sur l'évolution du coefficient d'échange à la paroi est illustrée sur la Fig. 17. On constate dans le cas du mélange éthanol-eau, que ce coefficient décroît à mesure que la fraction massique d'éthanol augmente. Ceci est dû à la variation du nombre de Prandtl en fonction de la composition du liquide. Quant à la Fig. 18, elle présente pour un mélange fixé, les variations du coefficient d'échange en fonction de l'abscisse avec comme paramètre la densité du flux à la paroi. On constate que pour une longueur fixée, le coefficient d'échange thermique croît avec le flux à la paroi et qu'un flux trop élevé peut entraîner une diminution du coefficient d'échange moyen lorsque la longueur de la plaque augmente. On note que l'influence de la température de l'air à l'entrée sur le coefficient d'échange reste négligeable puisque l'écart de température entre la paroi et l'interface ne varie pas beaucoup en fonction de celle-ci (Fig. 3).

La Fig. 19 représente les variations du coefficient d'échange à la paroi en fonction de la fraction molaire d'éthanol à différentes positions sur la plaque. On constate d'une part une décroissance de l'échange thermique avec la teneur du film en éthanol (Fig. 17) et d'autre part une non linéarité du transfert thermique quand la composition du mélange varie. Quant au



Fig. 18. Variations du coefficient d'échange (en kW m<sup>-2</sup> s<sup>-1</sup>) à la paroi en fonction de l'abscisse x (en m), pour :  $t_{\infty} = 323$ K,  $t_e = 293$  K,  $\Gamma_e = 2 \times 10^{-2}$  kg m<sup>-1</sup> s<sup>-1</sup>,  $\theta = 90^\circ$ , L = 1 m,  $u_{\infty} = 1$  m s<sup>-1</sup>,  $w_1^{(1)} = 0.5$ .



Fig. 20. Variations de la fraction évaporée en fonction de la fraction molaire d'eau pour:  $t_{\infty} = 293$  K,  $t_e = 293$  K,  $\Gamma_e = 2 \times 10^{-2}$  kg m<sup>-1</sup> s<sup>-1</sup>, q = 7 kW m<sup>-2</sup>,  $\theta = 90^{\circ}$ , L = 1 m,  $u_{\infty} = 1$  m s<sup>-1</sup>.



transfert de masse (Fig. 20) on remarque une décroissance de la fraction évaporée avec la teneur du film en eau. Le transfert de masse en fonction de la composition du film est aussi non linéaire.

Dans le cas du mélange éthylène glycol-eau, nous avons porté sur les Figs. 21 et 22 les variations du coefficient d'échange le long de la plaque en fonction de la composition du mélange. On constate (Fig. 21) que ce coefficient croît en moyenne avec la teneur en eau. Il faut néanmoins noter (Fig. 22) que pour une position fixée, le coefficient d'échange thermique peut diminuer avec la teneur en éthylène glycol pour se stabiliser ou croître à partir d'une valeur particulière de la composition du mélange (ceci est observé à partir de X = 0.7 et pour une fraction molaire d'éthylène glycol supérieure à 0.7). Cette particularité a été constatée expérimentalement par Palen et al. [12]. Pour ce mélange on met en évidence (Fig. 23) la possibilité d'accroître la fraction massique évaporée quand le dosage en éthylène glycol est inférieur à 40% et cela par rapport à la fraction massique évaporée quand le liquide est de l'eau pure (produit le plus volatil). La comparaison des résultats trouvés pour les deux mélanges montre une dépendance avec la nature du mélange étudié et qu'on ne peut pas faire une extension des résultats trouvés à d'autres mélanges.

#### 5. CONCLUSION

Dans cet article nous proposons une analyse numérique bidimensionnelle du transfert de masse et

Fig. 19. Variations du coefficient d'échange (en kW m<sup>-2</sup> s<sup>-1</sup>) à la paroi en fonction de la fraction molaire d'éthanol, pour :  $t_{\infty} = 293$  K,  $t_e = 293$  K,  $\Gamma_e = 2 \times 10^{-2}$  kg m<sup>-1</sup> s<sup>-1</sup>, q = 7 kW m<sup>-2</sup>,  $\theta = 90^{\circ}$ , L = 1 m,  $u_{\infty} = 1$  m s<sup>-1</sup>.

Fig. 21. Variations du coefficient d'échange (en kW m<sup>-2</sup> s<sup>-1</sup>) à la paroi en fonction de l'abscisse x (en m), pour :  $t_{\infty} = 303$ K,  $t_e = 303$  K,  $\Gamma_e = 2 \times 10^{-2}$  kg m<sup>-1</sup> s<sup>-1</sup>, q = 2 kW m<sup>-2</sup>,  $\theta = 90^{\circ}$ , L = 1 m,  $u_{\infty} = 1$  m s<sup>-1</sup>.

0.6

elle (m)

0.8

1.0

0.4

50% éthylène glycol 90%

95%

100%



Fig. 22. Variations du coefficient d'échange (en kW m<sup>-2</sup> s<sup>-1</sup>) à la paroi en fonction de la fraction molaire d'éthylène glycol pour:  $t_{\infty} = 293$  K,  $t_e = 293$  K,  $\Gamma_e = 2 \times 10^{-2}$  kg m<sup>-1</sup> s<sup>-1</sup>, q = 7 kW m<sup>-2</sup>,  $\theta = 90^{\circ}$ , L = 1 m,  $u_{\infty} = 1$  m s<sup>-1</sup>.



Fig. 23. Variations de la fraction évaporée en fonction de la fraction molaire d'éthylène glycol, pour:  $t_{\infty} = 293$  K,  $t_e = 293$  K,  $\Gamma_e = 2 \times 10^{-2}$  kg m<sup>-1</sup> s<sup>-1</sup>, q = 7 kW m<sup>-2</sup>,  $\theta = 90^{\circ}$ , L = 1 m,  $u_{\infty} = 1$  m s<sup>-1</sup>.

de chaleur au travers d'un film mince liquide binaire s'écoulant sur une paroi plane et inclinée. L'écoulement du film liquide a lieu en présence d'une convection naturelle, forcée ou mixte et la diffusion dans le liquide a été prise en compte.

Cette analyse repose sur la résolution des équations couplées de transfert dans les phases liquide et gazeuse en utilisant une méthode aux différences finies de type implicite.

Le modèle de calcul a été validé, dans le cas du liquide pur, par une confrontation avec des résultats expérimentaux et numériques trouvés dans la bibliographie.

Quand la plaque est mise en présence d'un écoulement d'air forcé chaud sans être soumise à un flux de chaleur, on met en évidence la protection de la paroi et l'influence de la composition du mélange liquide sur les échanges de chaleur. L'exemple du mélange éthanol-eau montre que la protection est d'autant plus efficace que la teneur en éthanol est grande (liquide le plus volatil).

Avec le même mélange éthanol-eau, une étude comparative de l'apport des différentes convections montre l'influence déterminante de la vitesse du gaz sur les échanges. Les transferts de chaleur et de masse sont améliorés quand la convection massique va dans le même sens que l'écoulement.

L'étude de différents mélanges (éthanol-eau et éthylène glycol-eau) montre que les nombres car-

Coefficient d'échange (kW m2 K-1)

2

0.0

0,2

actéristiques des transferts de chaleur et de masse ne varient pas linéairement quand la composition du mélange varie.

Les résultats les plus intéressants sont donnés en convection forcée en particulier dans le cas d'un mélange éthylène glycol-eau. En effet le calcul montre qu'il est possible d'accroître la fraction massique évaporée quand le dosage en éthylène glycol est inférieur à 40%, comparativement à celle dans le cas de l'eau pure. De plus, même si d'une manière générale le coefficient d'échange diminue quand la teneur en éthylène glycol augmente, il est possible de mette en évidence une stabilisation, voire une augmentation de celui-ci. Cette particularité a déjà été constatée par Palen *et al.* [12].

#### REFERENCES

- Agunaoun, A., Daïf, A., Barriol, R. et Daguenet, M., Evaporation en convection forcée d'un film mince s'écoulant en régime permanent, laminaire et sans onde sur une surface plane inclinée. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 1994, 37, 2947-2956.
- Agunaoun, A., Kaoua, M., Daïf, A. et Daguenet, M., Evaporation en convection mixte d'un film mince s'écoulant sur une surface plane inclinée. *Revue Générale de la Thermique*, 1996, 35, 373-385.
- Agunaoun, A., Daïf, A., Grisenti, M. et Barriol, R., Transfert de chaleur dans un film tombant autour d'un cylindre horizontal. *Can. J. Chem. Eng.*, 1994, 72, 961– 965.
- 4. Daïf, A., Agunaoun, A., Grisenti, M. et Il Idrissi, A., Etude du refroidissement et de la protection de parois par un film ruisselant en présence d'un écoulement gazeux chaud. *Can. J. Chem. Eng.*, 1996, **74**, 471–478.
- Kaoua, M., Ali Cherif, A., Daïf, A. et Daguenet, M., Contrôle hydrodynamique de l'évaporation d'un film liquide ruisselant sur une paroi isotherme à symétrie de révolution dans un courant d'air humide. *Can. J. Chem. Eng.*, 1997, 74, 883-889.
- Rogers, J. T. and Goindi, S. S., Experimental laminar falling film heat transfer coefficients on a large diameter horizontal tube. *Can. J. Chem. Eng.*, 1989, 67, 560-568.
- 7. Tsay, Y. L., Lin, T. F. and Yan, W. M., Cooling of a falling liquid film through interfacial heat and mass transfer. *Int. J. Multiphase Flow*, 1990, **16**, 855–865.
- Yan, W. M. and Soong, C. Y., Numerical study of liquid film cooling along an inclined plate. Wärme und Stoffübertrangung, 1993, 18, 233-241.
- 9. Baumann, W. W. and Thiele, F., Heat and mass transfer in evaporating two component liquid film flow. Int. J. Heat Mass Transfer, 1990, 33, 267–273.
- Hoke, B. C., Chen Jr. and John, C., Mass transfer in evaporating falling liquid film mixtures. *AIChE Journal*, 1992, 38, 781-787.
- 11. Wang, Q., Mass transfer effects in falling film evaporation of ternary mixtures. Ph.D. thesis, Department of Chemical Engineering, Lehigh University, 1990.
- Palen, J. W., Wang Q. and Chen, J. C., Falling film evaporation of binary mixtures. *AIChE Journal*, 1994, 40, 207-214.
- 13. Reid, R. C. and Sherwood, T. K., *The Properties of Gases and Liquids*. McGraw-Hill, New York, 1958.
- Bennett, C. O. and Myers, J. E., Momentum, Heat and Mass Transfer. McGraw-Hill International Editions, Chemical Engineering Series, 1988.
- Bird, R. B., Stewart, W. E. and Lightfoot, E. N., Transport Phenomena. Wiley, New York, 1960.

#### ANNEXE

Les propriétés physiques dans les phases liquide et gazeuse sont calculées (en S.I.) à l'aide des formules suivantes [7, 11, 13–15]:

#### **1. DANS LA PHASE LIQUIDE**

 $\rho^1 = 290.3 \times 0.2765^{-E}$ 

Pour l'éthanol

avec

$$E = [1 - (t/516.26)]^{0.2857}$$

$$F = -2.697 + 700.9/t + 2.682 \times 10^{-3}t - 4.917 \times 10^{-6}t^{2}$$

 $\mu^{1} = 10^{F} \times 10^{-3}$ 

 $Cp^1 = 4186.5 \times [-0.3499 + 9.559 \times 10^{-3}t]$ 

$$-3.786 \times 10^{-5}t^{2} + 5.459 \times 10^{-8}t^{3}$$
]

$$\lambda^{1} = 0.161$$

Pour l'éthylène glycol

$$\rho^{1} = 16.02 \times [83.59 - 2.43 \times 10^{-2}(9t/5)]$$

$$-832.3/[(650-t) \times 9/5 + 62]]$$

$$\mu^{1} = 10^{-3} \times [\exp(-1.4921 - 1820/(9t/5))]$$

 $+2.226 \times 10^{6}/[(9t/5)^{2}])$ 

$$\lambda^{1} = 1.7308 \times [-6.51 \times 10^{-3} + 1.2657]$$

$$\times 10^{-1} \times (1 - t/650)^{2/3} + 1.3214 \times 10^{-4} (9t/5)]$$

$$Cp^{1} = 4186.8 \times [0.2939 + 4.6 \times 10^{-4} (9t/5) + 1.251 \times 10^{-7} (9t/5)^{2} - 3.58 \times 10^{-3} / (1 - t/650)]$$

Pour l'eau

$$\rho^{2} = 16.02 \times [57 + 3.33 \times 10^{-2} (9t/5) - 4 \times 10^{-5} (9t/5)^{2} - 838.1/[(647.3 - t) \times 9/5 + 62]]$$

$$\mu^2 = 10^{-3} \times [\exp(-2.9868 - 389/(9t/5))]$$

 $+1.0377 \times 10^{6}/[(9t/5)^{2}])]$ 

$$\lambda^{2} = 1.7308 \times [-1.42274 + 1.6204 \times (1 - t/647.3)^{2/3} + 1.325 \times 10^{-3} (9t/5)]$$

$$Cp^2 = 4186.8 \times [1.207 - 8.7 \times 10^{-4} (9t/5)]$$

$$+5.65 \times 10^{-7} (9t/5)^2 + 5.28 \times 10^{-2} / (1 - t/647.3)$$
]

Coefficient de diffusion

$$D_{12} = 4.3 \times 10^{-12} t / (\mu^2 \times 10^3)$$
$$D_{21} = 9.9 \times 10^{-12} t / (\mu^1 \times 10^3)$$
$$D = D_{12}^{\mu^2} \times D_{21}^{(1-\mu^{1})}$$

avec  $W^1$  la fraction molaire de l'espèse 1.

2. DANS LA PHASE GAZEUSE

Pour la vapeur d'éthanol

$$\mu^{1} = [1.396 + 0.2848t + 1.241 \times 10^{-5}t^{2}] \times 10^{-7}$$

$$\lambda^{1} = [-18.62 + 9.95 \times 10^{-2}t + 2.9 \times 10^{-4}t$$

$$-1.238 \times 10^{-7}t^{3}] \times 4.18605 \times 10^{-4}t$$

$$Cp^{1} = [0.239 + 6.23 \times 10^{-2}t - 3.806 \times 10^{-5}t$$

$$+9.47 \times 10^{-9}t^{3}] \times 90.8628$$

Pour la vapeur d'éthylène glycol

$$\mu^{1} = 10^{-3} \times [3.6 \times 10^{-3} + 1.46 \times 10^{-5} (9t/5)]$$
  

$$\lambda^{1} = 1.7308 \times [2.224 \times 10^{-4} + 4.3527 \times 10^{-6} (9t/5) + 1.44531 \times 10^{-8} (9t/5)^{2}]$$

$$Cp^{1} = 4186.8 \times [0.24062 + 2.934 \times 10^{-4} (9t/5)$$

$$-2.111 \times 10^{-8} (9t/5)^{2}$$

Pour la vareur d'eau

$$\mu^{2} = 10^{-3} \times [-3.056 \times 10^{-3} + 2.26 \times 10^{-5} (9t/5)]$$
  

$$\lambda^{2} = 1.7308 \times [1.19 \times 10^{-3} + 1.2 \times 10^{-5} (9t/5)]$$
  

$$+ 1.08 \times 10^{-8} (9t/5)^{2}]$$
  

$$Cp^{2} = 4186.8 \times [3.276 + 1.7 \times 10^{-2} (9t/5)]$$

$$-2.623 \times 10^{-5} (9t/5)^2 + 1.363 \times 10^{-8} (9t/5)^3$$
]

Pour l'air sec

$$\mu^{3} = [1.4888 \times 10^{6} t^{3/2} / (118 + t)]$$
$$\lambda^{3} = [1.195 \times 10^{-3} t^{1.6} / (118 + t)]$$
$$Cp^{3} = 10^{3} \times [1 + 2.5 \times 10^{-10} t^{3}]$$

Pour le mélange gazeux on a

$$\mu = \frac{W^{1}\mu^{1}}{1 + W^{2}\phi_{12} + W^{3}\phi_{13}} + \frac{W^{2}\mu^{2}}{1 + W^{1}\phi_{12} + W^{3}\phi_{23}}$$

$$+\frac{W^{3}\mu^{3}}{1+W^{1}\phi_{13}+W^{2}\phi_{23}}$$

$$\lambda = \frac{W^{1}\lambda^{1}}{1+W^{2}\phi_{12}+W^{3}\phi_{13}}$$

$$+\frac{W^{2}\lambda^{2}}{1+W^{1}\phi_{12}+W^{3}\phi_{23}}$$

$$+\frac{W^{3}\lambda^{3}}{1+W^{1}\phi_{13}+W^{2}\phi_{23}}$$

$$Cp = w^{1}Cp^{1} + w^{2}Cp^{2} + w^{3}Cp^{3}$$

avec

$$\phi_{ij} = \frac{[1 + (\mu^i/\mu^j)^{0.5} (M^j/M^i)^{0.25}]^2}{[8 \times (1(M^i/M^j)]^{0.5}}$$

Coefficient de diffusion

$$D^{ij} = \frac{10^{-7} t^{1.75} [(1/M^{i}) + (1/M^{j})]}{p[(\Sigma v_k^{i})^{1/3} + (\Sigma v_k^{j})^{1/3}]}$$

avec  $\sum v_k^i$  le volume spécifique de l'espèce *i* 

$$D^{1} = \frac{(1 - W^{1})}{(W^{2}/D^{12}) + (W^{3}/D^{13})}$$
$$D^{2} = \frac{(1 - W^{2})}{(W^{1}/D^{12}) + (W^{3}/D^{23})}$$

avec  $W^i$  la fraction molaire de l'espèce *i*, (1) éthanol ou éthylène glycol, (2) eau et (3) air. Pression de vapeur saturante :

Pour l'éthanol

avec

$$p_v^1 = \frac{10^5 \times 10^6}{760}$$

 $G = 10.967 - 2212.6/t + 10.298 \log(t)$ 

 $-2.106 \times 10^{-2} t + 1.074 \times 10^{-5} t^{2}$ 

Pour l'éthylène glycol

$$p_v^1 = 6894.8 \exp \left[ \frac{16.44 - 10978.8}{9t/5 - 49} \right]$$

Pour l'eau (loi de Bertrand)

 $p_n^2 = 10^{17.443 - [2975/t + 3.686\log(t)]} \times 10^5$ 

#### STUDY OF THE EVAPORATION IN MIXED CONVECTION OF A LIQUID FILM OF A BINARY MIXTURE FLOWING ON AN INCLINED PLANE SUBJECTED TO A CONSTANT HEAT FLUX

Abstract—In this article we propose a numerical analysis of the heat and mass transfer in a binary thin film flowing on an inclined plane. This analysis rests on the resolution of transfer equations in liquid and vapour phases by using an implicit finite difference method. These equations are coupled and the mass diffusion in the liquid film is taken into account. The most interesting results are obtained in forced convection, particularly in the case of ethylene glycol-water mixture. In fact, results obtained show that it is possible to increase the accumulated evaporation rate when the molar fraction of ethylene glycol is less than 40%. In addition, even if the heat transfer coefficient decreases generally when the ethylene glycol composition in the mixture increases, it was found that it is possible to stabilise perhaps to increase the heat transfer coefficient. This remark has already been observed by other authors. (© 1998 Elsevier Science Ltd. All rights reserved.